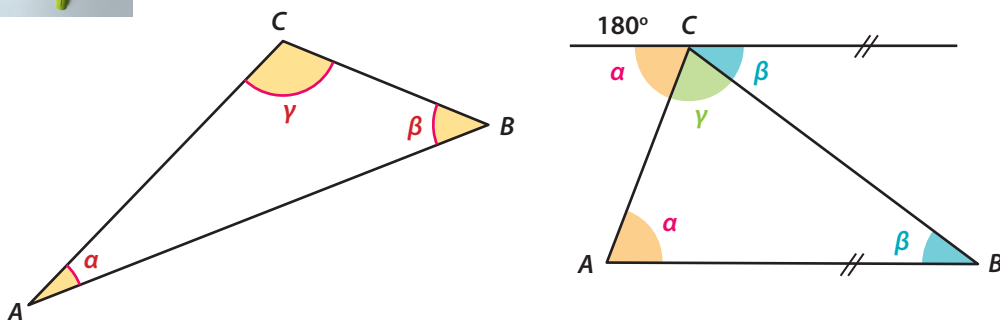


# 14. TROJÚHELNÍK

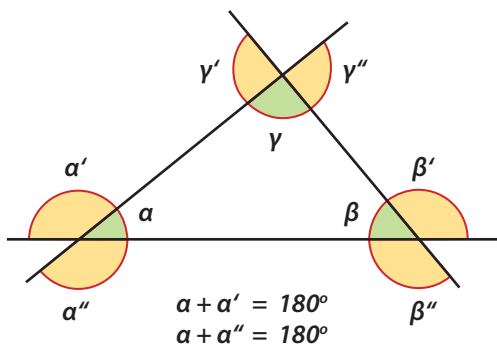
## Základní typy, vnitřní a vnější úhly, trojúhelníková nerovnost



Co jsou to vnitřní úhly v trojúhelníku, nám říká už samotný název. Jejich ramena jsou strany trojúhelníku a jedná se o úhly vyznačené v obrázku. Většinou úhly i jejich velikosti označujeme řeckými písmeny.

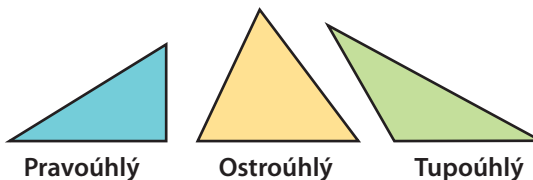


Vnitřní úhly mají jednu důležitou vlastnost. Jejich součet je vždy  $180^\circ$ , a to bez ohledu na tvar trojúhelníku. Takže když známe velikost dvou vnitřních úhlů, třetí můžeme snadno dopočítat. Důkaz je poměrně jednoduchý. Když bodem C vedeme rovnoběžku se stranou AB, budou úhly označené v obrázku stejnou barvou vždy shodné, protože se jedná o střídavé úhly. Zároveň z obrázku vidíme, že součet velikosti úhlů všech tří úhlů dává hodnotu  $180^\circ$ .



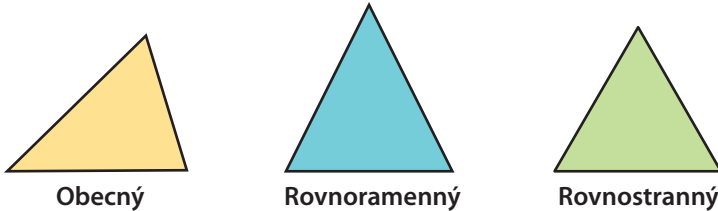
Když úsečky tvořící trojúhelník protáhneme dál směrem ven z trojúhelníka, vzniknou mezi nimi tzv. vnější úhly. Jak je vidět z obrázku, součet velikostí vnitřního a vnějšího úhlu u téhož vrcholu trojúhelníku je přímý úhel, má tedy velikost  $180^\circ$ .

Podle velikosti vnitřních úhlů rozlišujeme několik speciálních případů trojúhelníků. Pokud je jeden z vnitřních úhlů pravý, jedná se o pravouhlý trojúhelník. Pokud jsou všechny vnitřní úhly ostré, hovoříme o ostroúhlém trojúhelníku. A je-li některý



vnitřní úhel tupý, máme tupouhlý trojúhelník. Ještě malé upozornění – pravý nebo tupý úhel může být v trojúhelníku jen jeden. Proč? Pravý úhel má  $90^\circ$ , kdyby byly dva, jejich součet by už tvořil celkovou hodnotu  $180^\circ$  a na třetí úhel by už nic nezbylo.

Podle délek stran dělíme trojúhelníky na různé speciální typy. Obecný trojúhelník má každou stranu jiné délky. Pokud jsou dvě strany shodně dlouhé, nazýváme je ramena trojúhelníku a takový trojúhelník je rovnoramenný. Třetí straně říkáme základna. Vnitřní úhly ležící mezi základnou a těmito rameny jsou oba stejně velké. Trojúhelník, který má všechny tři strany shodné, je rovnostranný. Má také stejné všechny vnitřní úhly, z čehož vyplývá, že musí mít všechny velikost  $60^\circ$ , aby daly celkový součet  $180^\circ$ .



Na první pohled by se mohlo zdát, že z každých tří úseček můžeme vytvořit trojúhelník. Nemusi to jít vždy, podmínkou je, aby byla splněna tzv. *trojúhelníková nerovnost*. Podle ní musí být součet dvou libovolně zvolených stran delší než třetí strana.



**PŘÍKLAD 1** Vypočítejte zbývající vnitřní úhel v trojúhelníku  $ABC$ , kde  $\alpha = 35^\circ$ ,  $\beta = 55^\circ$ . Protože víme, že součet vnitřních úhlů v trojúhelníku musí dát  $180^\circ$ , stačí od této hodnoty odečíst oba známé úhly:  $180^\circ - (35^\circ + 55^\circ) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ . Třetí úhel má velikost  $90^\circ$ , jedná se tedy o trojúhelník pravoúhlý.

#### Cvičení

Vypočítejte zbývající vnitřní úhel v trojúhelníku s úhly  $\alpha = 105^\circ$ ,  $\beta = 12^\circ$ .

#### PŘÍKLAD 2

Zjistěte, zda je možné z těchto tří úseček sestavit trojúhelník:  
 $a = 8$  cm,  $b = 15$  cm,  $c = 6$  cm.

Musíme ověřit, zda je splněna trojúhelníková nerovnost. Sečteme vždy dvě strany a porovnáme, zda je jejich součet větší než třetí strana. To musí být splněno pro všechny možné dvojice stran.

$$8 \text{ cm} + 15 \text{ cm} = 23 \text{ cm, což je větší než } 6 \text{ cm,}$$

$$15 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 21 \text{ cm, což je větší než } 8 \text{ cm,}$$

$$8 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 14 \text{ cm, to ale není větší než } 15 \text{ cm, proto z těchto tří úseček nemůžeme sestavit trojúhelník.}$$

#### Cvičení

Zjistěte, zda je možné z těchto tří úseček sestavit trojúhelník:

$$1) a = 10 \text{ cm, } b = 8 \text{ cm, } c = 8 \text{ cm}$$

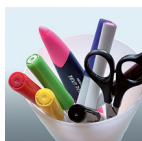
$$2) a = 15 \text{ cm, } b = 7 \text{ cm, } c = 5 \text{ cm}$$

$$3) a = 4 \text{ cm, } b = 14 \text{ cm, } c = 4 \text{ cm}$$



Při rozlišování typů trojúhelníků se nenechte oklamat tím, že neleží v nejtýpější poloze. V pravoháhlém trojúhelníku nemusí pravý úhel ležet zrovna vpravo dole. Rovnoramenný trojúhelník nemusí mít základnu vodorovně a ramena směřující vzhůru. Záleží vždy jen na hodnotách úhlů a délek, poloha nás nesmí oklamat.

U trojúhelníkové nerovnosti může nastat případ, kdy se součet dvou délek rovná přesně třetí straně. Ani v takovém případě nelze trojúhelník sestavit, protože podle nerovnosti musí být součet dvou stran větší než třetí strana.



Pro lepší pochopení trojúhelníkové nerovnosti si pod ní musíme představit něco konkrétního. Proto si nastříhejte ze špejlí délky úseček z našeho ukázkového příkladu a zkuste z nich vyrobit trojúhelník. Zjistíte, že to nejde, protože dvě kratší úsečky nemají dostatečnou délku na to, aby se navzájem dotkly a vytvořily třetí vrchol trojúhelníku. Právě proto musí být součet dvou úseček vždy větší než třetí úsečka. V případě součtu stejně velkého jako třetí strana by se konce úseček sice dotkly, ale ležely by na nejdelší úsečce a opět by nevznikl trojúhelník.

