# 6. ELEMENTÁRNA GEOMETRIA

## 6.1 ROVINNÉ ÚTVARY

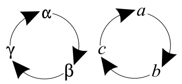
Označenie:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $o$ | obvod | $u$ | uhlopriečka | $r$ | polomer opísanej kružnice | $\varrho$ | polomer vpísanej kružnice |
| $S$ | obsah | $v$ | výška | $O_r$ | stred opísanej kružnice | $O_\varrho$ | stred vpísanej kružnice |

**Trojuholník**

Cyklická zámena

CZ




Veľkosť uhlov $\alpha+\beta+\gamma=180°$

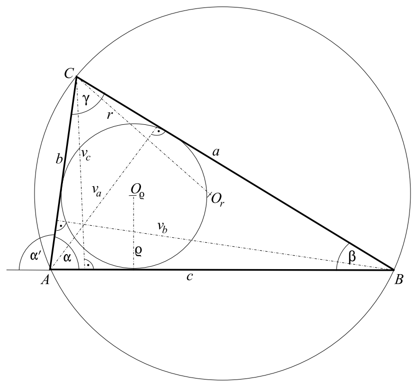
$\alpha'=\beta+\gamma=180°-\alpha$, CZ

Obvod $o=a+b+c$, $s=\dfrac{o}{2}=\dfrac{a+b+c}{2}$

Obsah $S=\dfrac{z\,v}{2}$; $S=\dfrac{a\,v_a}{2}$, CZ; $S=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$, CZ; $S=\varrho\,s$

$S=\dfrac{abc}{4r}$; $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ (Herónov vzorec)

$S=2r^2\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$; $S=\varrho^2\operatorname{cotg}\dfrac{\alpha}{2}\cdot\operatorname{cotg}\dfrac{\beta}{2}\cdot\operatorname{cotg}\dfrac{\gamma}{2}$




Sínusová veta $a:b:c=\sin\alpha:\sin\beta:\sin\gamma$

$\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}=2r$

Kosínusová veta $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$, CZ

Tangensová veta $\dfrac{a-b}{a+b}=\dfrac{\operatorname{tg}\dfrac{\alpha-\beta}{2}}{\operatorname{tg}\dfrac{\alpha+\beta}{2}}=\dfrac{\operatorname{tg}\dfrac{\alpha-\beta}{2}}{\operatorname{cotg}\dfrac{\gamma}{2}}$, CZ

Mollweidove vzorce $\dfrac{a+b}{c}=\dfrac{\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}}{\sin\dfrac{\gamma}{2}}$, CZ $\qquad \dfrac{a-b}{c}=\dfrac{\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}}{\cos\dfrac{\gamma}{2}}$, CZ

Vzťahy medzi veľkosťami vnútorných uhlov a dĺžkami strán

$\sin\dfrac{\alpha}{2}=\sqrt{\dfrac{(s-b)(s-c)}{bc}}$, CZ $\qquad \operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{\varrho}{s-a}=\sqrt{\dfrac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$, CZ

$\cos\dfrac{\alpha}{2}=\sqrt{\dfrac{s(s-a)}{bc}}$, CZ $\qquad \operatorname{cotg}\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{s-a}{\varrho}=\sqrt{\dfrac{s(s-a)}{(s-b)(s-c)}}$, CZ

Dĺžka ťažnice

$t_a=\dfrac{1}{2}\sqrt{b^2+c^2+2bc\cos\alpha}$, CZ

Vzťah medzi výškami a stranami

$v_a:v_b:v_c=\dfrac{1}{a}:\dfrac{1}{b}:\dfrac{1}{c}$, CZ $\qquad v_a=b\sin\gamma=c\sin\beta$, CZ



**Rovnostranný trojuholník**

Strany $a=b=c$

Uhly $\alpha=\beta=\gamma=60°$

Výška $v=\dfrac{a}{2}\sqrt{3}$ $\Big\}\ t=v$

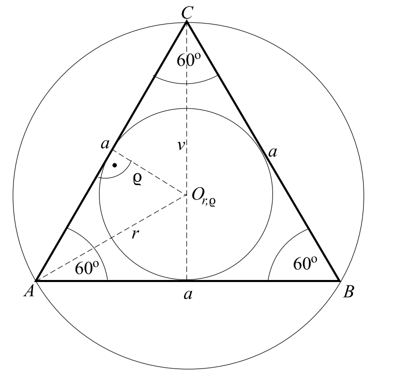
Dĺžka ťažnice $t=\dfrac{a}{2}\sqrt{3}$

Polomer opísanej kružnice $r=\dfrac{a}{3}\sqrt{3}$ $\Big\}\ \varrho=\dfrac{r}{2}$

Polomer vpísanej kružnice $\varrho=\dfrac{a}{6}\sqrt{3}$

Obvod $o=3a$

Obsah $S=\dfrac{1}{2}av=\dfrac{r^2}{4}\sqrt{3}$



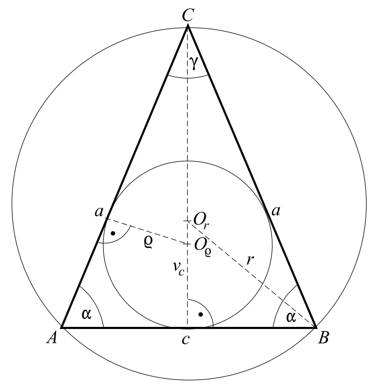

**Rovnoramenný trojuholník**

Obvod $o=2a+c$

Obsah $S=\dfrac{c\cdot v_c}{2}$,

Polomer opísanej kružnice $r=\dfrac{a}{2\cos\dfrac{\gamma}{2}}$

Polomer vpísanej kružnice $\varrho=\dfrac{c}{2}\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}$




**Pravouhlý trojuholník**

Uhly $\alpha+\beta=90°$

Goniometrické funkcie

$\sin\alpha=\dfrac{a}{c}$, $\cos\alpha=\dfrac{b}{c}$

$\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{a}{b}$, $\operatorname{cotg}\alpha=\dfrac{b}{a}$

Opísaná (Tálesova) kružnica $r=\dfrac{c}{2}$

Obsah $S=\dfrac{ab}{2}$

Pytagorova veta $a^2+b^2=c^2$

Euklidova veta pre výšku $v_c^2=c_a\,c_b$

Euklidova veta pre odvesny $a^2=c\,c_a$, $b^2=c\,c_b$